Musterlösung EÜN
Energieübertragung im Drehstromnetz

Beiblatt 1:

1.1 Mathematische Grundlagen

a) $sin(30°) = 0,5$

b) $sin\left(\frac{\pi}{8}\right) = sin\left(\frac{\pi}{8} \cdot \frac{180°}{\pi}\right) = 0,383$

c) $cos(1,37) = cos\left(1,37 \cdot \frac{180°}{\pi}\right) = 0,2$

d) $cos(13,5° + \frac{\pi}{3}) = cos(13,5° + 60°) = 0,284$

e) $sin\left(2\pi \cdot \frac{300\,km}{6000\,km}\right) = sin(2\pi \cdot 0,05) = sin(360° \cdot 0,05) = 0,309$

f) $arcsin\left(\frac{1000\,MW \cdot 40\Omega}{395\,kV \cdot 405\,kV}\right) = arcsin(0,25) = 14,48°$

1.2 Stern-/Dreieckschaltungen

Es gilt folgende Konvention:
U_N ist immer eine Dreiecksspannung bzw. eine Leiter-Leiter-Spannung.
Außerdem:

$$\underline{S} = P + jQ = 3 \cdot U_\mathrm{Y} \cdot \underline{I}^* = \sqrt{3} \cdot U_\Delta \cdot \underline{I}^*$$

Sternschaltung
Über jedem Bauteil liegt die Stern- bzw. die Leiter-Erde-Spannung U_Y an. Darüber kann der Strom $\underline{I}$ berechnet werden.

$$\begin{aligned}\underline{S} &= 3 \cdot U_\mathrm{Y} \cdot \underline{I}^* \\ &= \sqrt{3} \cdot U_\Delta \cdot \underline{I}^* = \sqrt{3} \cdot U_\mathrm{N} \cdot \left(\frac{U_\mathrm{Y}}{\underline{Z}}\right)^* \\ &= \sqrt{3} \cdot U_\mathrm{N} \cdot \left(\frac{U_\mathrm{Y}}{\frac{1}{j\omega C}}\right)^* = \sqrt{3} \cdot U_\mathrm{N} \cdot \frac{U_\mathrm{N}}{\sqrt{3}} \cdot (j\omega C)^* \\ &= U_\mathrm{N}^2 \cdot (-j\omega C)\end{aligned}$$

Die Kondensatoren beziehen also erwartungsgemäß nur eine Blindleistung von $-152,05\,MVar$.

Dreiecksschaltung
Über jedem Bauteil liegt jetzt die Dreiecksspannung U_N an:

$$\begin{aligned}\underline{S} &= 3 \cdot U_\Delta \cdot \underline{I}^* \\ &= 3 \cdot U_\mathrm{N} \cdot \left(\frac{U_\mathrm{N}}{R}\right)^* \\ &= 3 \cdot \frac{U_\mathrm{N}^2}{R}\end{aligned}$$

Die Widerstände beziehen also wie zu erwarten eine reine Wirkleistung von $1452\,MW$.

1.3 Definition von Wirk- und Blindleistung

a) Last am 110kV-Netz

$$\underline{S} = P + jQ = 3 \cdot U_\mathrm{Y} \cdot \underline{I}^* = \sqrt{3} \cdot U_\Delta \cdot \underline{I}^* = \sqrt{3} \cdot U_\mathrm{N} \cdot \underline{I}^*$$

Für den Strom gilt $\underline{I} = \frac{U_\mathrm{Y}}{\underline{Z}}$.

Für die Impedanz gilt hier:

$$\underline{Z} = R||j\omega L = \frac{j\omega RL}{R + j\omega L}$$

Damit ergibt sich der Strom zu

$$\underline{I} = \frac{U_\mathrm{N}}{\sqrt{3}\cdot\underline{Z}} = \frac{U_\mathrm{N}}{\sqrt{3}\cdot\frac{j\omega RL}{R+j\omega L}} = \frac{U_\mathrm{N}}{\sqrt{3}}\cdot\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{j\omega L}\right)$$

Eingesetzt in die Formel der Scheinleistung ergibt sich:

$$\begin{aligned}\underline{S} &= \sqrt{3}\cdot U_\mathrm{N}\cdot\frac{U_\mathrm{N}}{\sqrt{3}}\cdot\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{j\omega L}\right)^*\\ &= U_\mathrm{N}^2\cdot\left(\frac{1}{R}-\frac{j}{\omega L}\right)^*\\ &= U_\mathrm{N}^2\cdot\left(\frac{1}{R}+\frac{j}{\omega L}\right) = P + jQ\end{aligned}$$

Damit ergibt sich eine Scheinleistung von $\underline{S} = 121\,MW + j19{,}3\,MVar$, also $P = 121\,MW$ und $Q = 19{,}3\,MVar$. Da wir hier den Anschluss einer Last betrachten, bewegen wir uns sinnvoller weise im Verbraucherzählsystem (VZS). Mit den Vorzeichen von P und Q (beide positiv) finden wir mit Hilfe der Tabelle heraus, dass es sich hier um eine induktive Last handelt. Diese bezieht induktive Blindleistung, was gleichzeitig bedeutet, dass sie kapazitive Blindleistung einspeist.

b) Leistungsübertragung zwischen zwei Netzen
Netz 1:
Speist Leistung in Leitung ein ⇒ Erzeugerzählsystem (EZS). Damit und mit $P, Q > 0$ folgt:
Netz 1 ist eine induktive Quelle und speist somit induktive Blindleistung ein.
Netz 2:
Erhält Leistung aus der Leitung ⇒ Verbraucherzählsystem (VZS). Damit und mit $P > 0, Q < 0$ (siehe Definition der Leistungsrichtung im Skript, Seite 4) folgt:
Netz 2 ist eine kapazitive Last und bezieht somit kapazitive Blindleistung.

1.4 Berechnung von Impedanzen und Leistungsflüssen

a) Ersatzimpedanzen

- Generator:

$$X_\mathrm{G,11} = x_\mathrm{d}\cdot\frac{(U_\mathrm{N,G})^2}{S_\mathrm{N,G}} = 0{,}968\,\Omega$$

- Transformator 1 (Blocktransformator):

$$X_\mathrm{T1,11} = u_\mathrm{k}\cdot\frac{(U_\mathrm{US,T1})^2}{S_\mathrm{N,T1}} = 0{,}076\,\Omega \qquad X_\mathrm{T1,110} = u_\mathrm{k}\cdot\frac{(U_\mathrm{OS,T1})^2}{S_\mathrm{N,T1}} = 7{,}606\,\Omega$$

- 110-kV-Leitung

$$X_\mathrm{L1,110} = l\cdot L'\cdot\omega = 0{,}289\,\Omega$$

- Transformator 2 (Netzkuppeltransformator):

$$X_\mathrm{T2,110} = u_\mathrm{k}\cdot\frac{(U_\mathrm{US,T2})^2}{S_\mathrm{N,T2}} = 4{,}84\,\Omega \qquad X_\mathrm{T2,400} = u_\mathrm{k}\cdot\frac{(U_\mathrm{OS,T2})^2}{S_\mathrm{N,T2}} = 64\,\Omega$$

- 400-kV-Leitung

$$X_{\mathrm{L2,400}} = 4,084\,\Omega$$

b) Gesamtimpedanz
Zur Berechnung einer Gesamtimpedanz müssen alle Einzelimpedanzen auf die gleiche Spannungsebene bezogen werden. Dafür gilt:

$$X_{\mathrm{BM,UB}} = X_{\mathrm{BM,UN}} \cdot \left(\frac{U_{\mathrm{B}}}{U_{\mathrm{N}}}\right)^2$$

Hierbei steht UB bzw. U_{B} für die Bezugsspannung, BM für das Betriebsmittel (Generator, Transformator, usw.) und UN bzw. U_{N} für die Nennspannung des Betriebsmittels, für welche die Impedanz $X_{\mathrm{BM,UN}}$ errechnet wurde.

- Bezugsspannung 11 kV

$$\begin{aligned}
X_{\mathrm{ges,11}} &= X_{\mathrm{G,11}} + X_{\mathrm{T,11}} + X_{\mathrm{L1,110}} \cdot \left(\frac{11\,kV}{110\,kV}\right)^2 + X_{\mathrm{T2,110}} \cdot \left(\frac{11\,kV}{110\,kV}\right)^2 \\
&\quad + X_{\mathrm{L2,400}} \cdot \left(\frac{11\,kV}{400\,kV}\right)^2 \\
&= 968\,m\Omega + 76\,m\Omega + 2,89\,m\Omega + 48,4\,m\Omega + 3,09\,m\Omega \\
&= 1,098\,\Omega
\end{aligned}$$

- Bezugsspannung 400 kV
Analog zur Berechnung mit 11 kV Bezugsspannung ergibt sich $X_{\mathrm{ges,400}} = 1452,47\,\Omega$. Alternativ kann direkt die Impedanz $X_{\mathrm{ges,11}}$ umgerechnet werden:

$$X_{\mathrm{ges,400}} = X_{\mathrm{ges,11}} \cdot \left(\frac{400\,kV}{11\,kV}\right)^2 = 1451,9\,\Omega$$

c) Berechnung des Leitungswinkels
Für die gemeinsame Verwendung in den Leistungsflussgleichungen müssen Spannungen und Impedanzen auf die gleiche Spannungsebene bezogen sein.

- Bezugsspannung 11 kV

$$P_1 = \frac{U_{1,11} \cdot U_{2,11}}{X_{\mathrm{ges,11}}} \cdot sin(\vartheta)$$

$U_{1,11}$ ist die Polradspannung des Generators, die 11 kV beträgt. $U_{2,11}$ ist die auf die 11-kV-Ebene bezogene Netzspannung des 400-kV-Netzes. Diese wird durch die beiden Transformatoren auf die Spannungsebene des Generators angepasst:

$$\begin{aligned}
U_{2,11} &= U_{2,400} \cdot \frac{1}{\ddot{u}_{\mathrm{T1}}} \cdot \frac{1}{\ddot{u}_{\mathrm{T2}}} \\
&= 400\,kV \cdot \frac{11\,kV}{110\,kV} \cdot \frac{110\,kV}{400\,kV} \\
&= 11\,kV
\end{aligned}$$

Daraus folgt:

$$\begin{aligned}
\vartheta &= \arcsin\left(\frac{P_1 \cdot X_{\mathrm{ges,11}}}{U_{1,11} \cdot U_{2,11}}\right) \\
&= \arcsin\left(\frac{100\,MW \cdot 1,098\Omega}{11\,kV \cdot 11\,kV}\right) = 65,15^\circ
\end{aligned}$$

- Bezugsspannung 400 kV

$$\vartheta = \arcsin\left(\frac{P_1 \cdot X_{\mathrm{ges},400}}{U_{1,400} \cdot U_{2,400}}\right)$$
$$= \arcsin\left(\frac{100\,MW \cdot 1452,47\,\Omega}{400\,kV \cdot 400\,kV}\right) = 65,15^\circ$$

Hier wird die Polradspannung des Generators auf die Netzspannung umgerechnet:

$$U_{1,400} = U_{1,11} \cdot \ddot{u}_{\mathrm{T1}} \cdot \ddot{u}_{\mathrm{T2}}$$
$$= 11\,kV \cdot \frac{110\,kV}{11\,kV} \cdot \frac{400\,kV}{110\,kV}$$
$$= 400\,kV$$